

## Анализ гравитационного разделения минералов в стеснённых условиях движения

Ю.П. Морозов (УГГУ)

Стеснённые условия движения частиц характеризуются закономерностями массового перемещения группы частиц, при котором каждая частица испытывает влияние окружающих частиц [1]. При стеснённом движении частиц происходит сужение встречных потоков жидкости, которое увеличивает гидродинамическое сопротивление среды [2]. Чем больше объёмная концентрация частиц в пульпе, тем ниже скорость их стеснённого движения.

Многие исследователи считают [1-5], что скорость стеснённого перемещения частиц  $v_{ст}$  может быть определена по формуле:

$$v_{ст} = v_0 \theta^m, \text{ м/с} \quad (1)$$

где  $v_0$  – скорость свободного падения частиц, м/с;

$\theta$  – объёмная концентрация жидкой фазы в пульпе;

$m$  – показатель степени, зависящий от многих переменных.

По различным данным показатель  $m$  рекомендуется в пределах от 0,75 до 3. Строгость обоснования значения показателя  $m$  отсутствует.

При анализе разделения минералов нами принята предложенная Н. Ф. Мериновым методика расчёта скорости стеснённого движения частиц [2], основанная на использовании предложенной универсальной формулы, в которой эквивалентный диаметр частицы выражен через удельную поверхность.

Предложено плотность среды разделения для стеснённых условий заменить на средневзвешенную плотность системы (плотность пульпы):

$$\Delta_{ст} = (1 - \theta)\rho + \theta \Delta, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность твёрдой фазы, кг/м<sup>3</sup>;

$\Delta$  – плотность жидкой фазы, кг/м<sup>3</sup>.

Также введено понятие кажущейся вязкости  $\mu_{ст}$ , учитывающей динамическую вязкость жидкой фазы и трение твёрдых частиц друг о друга.

Стеснённость движения частицы отражается на величинах действующих на частицу сил.

Архимедова сила  $P_A$  в стеснённых условиях

$$P_A = V_{ч} \Delta_{ст} g, \quad (3)$$

где  $V_{ч}$  – объём вытесненной среды, равный объёму частицы, м<sup>3</sup>;

$g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Гравитационная сила  $P_{0ст}$ , действующая на частицу шарообразной формы с учётом допущений

$$P_{0ст} = \frac{\pi}{6} d^3 (\rho - \Delta_{ст}) g, \quad (4)$$

где  $d$  – диаметр частицы, м.

Сила вязкостного сопротивления  $P_v$  при совместном движении частиц в среде определяется динамическим коэффициентом вязкости стеснённой среды (кажущейся вязкости)  $\mu_{ст}$ :

$$P_v = 3\pi \cdot \mu_{ст} \cdot v \cdot d. \quad (5)$$

На вязкость среды в стеснённых условиях существенное влияние оказывает содержание в среде твёрдой фазы и её гранулометрическая характеристика. Подробно это влияние исследовано применительно к суспензиям в тяжёлом обогатителе. В частности, показано, что вязкость суспензии не зависит от природы утяжелителя и его плотности, но существенно зависит от крупности утяжелителя. С увеличением объёмной концентрации утяжелителя вязкость суспензии возрастает монотонно до перехода бесструктурной суспензии в структурированную, в которой вязкость резко возрастает. Влияние объёмной концентрации твёрдой фазы на вязкость суспензии определяется по эмпирической формуле Ванда [1]:

$$\mu_{ст} = \mu_0 (1 + 2,5 \cdot W + 7,349 \cdot W^2 + 16,2 \cdot W^3), \quad (6)$$

где  $\mu_0$  – вязкость жидкой фазы,  $\mu_0 = 0,001 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ ;

$W$  – объёмная концентрация твёрдого в пульпе.

Формула Ванда справедлива для тяжелосредних суспензий при  $W$  до 0,5.

Влияние гранулометрического состава твёрдой фазы пульпы на  $\mu_{ст}$  нами исследовано экспериментально. Исследования выполнены с использованием капиллярного вискозиметра. Вязкость пульпы определялась как относительная по сравнению с вязкостью воды по формуле:

$$\mu_{ст} = \frac{t_c \cdot \Delta_{cp}}{t_v \cdot \Delta} \cdot \mu_0, \quad (7)$$

где  $t_c$  – время истечения через капилляр заданного объёма суспензии, с;

$t_v$  – время истечения через капилляр того же объёма воды, с.

В качестве исследуемого материала использованы классы крупности кварца и их смеси. Опыты повторялись по 5 раз. Относительная ошибка в определении  $\mu_{ст}$  составила меньше 4 %.

Результаты экспериментов представлены на рис. 1. Для классов крупности  $-0,044+0$  мм,  $-0,071+0$  мм и  $-0,1+0$  мм зависимости  $\mu_{ст}=F(W)$  совпадают и удовлетворительно описываются эмпирической формулой Ванда. Для смесей класса  $-0,1+0$  мм с крупными классами зависимости располагаются выше. Для них динамический коэффициент вязкости

$$\mu_{ст} = \mu_0 (1 + 2,5W + 7,349W^2 + 16,2W^3) \cdot K_{кр}, \quad (8)$$

где  $K_{кр}$  – коэффициент увеличения значения  $\mu_{ст}$ , зависящий от общей доли класса  $-0,1+0$  мм ( $W_{-0,1}$ ) в твёрдой фазе пульпы.

Зависимость коэффициента  $K_{кр}$  от объёмной доли класса  $-0,1+0$  мм описывается уравнением:

$$K_{кр} = 1,7 - 0,55W_{-0,1} - 0,15W_{-0,1}^2. \quad (9)$$

$\mu_{ст} \cdot 10^{-3}, \text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$

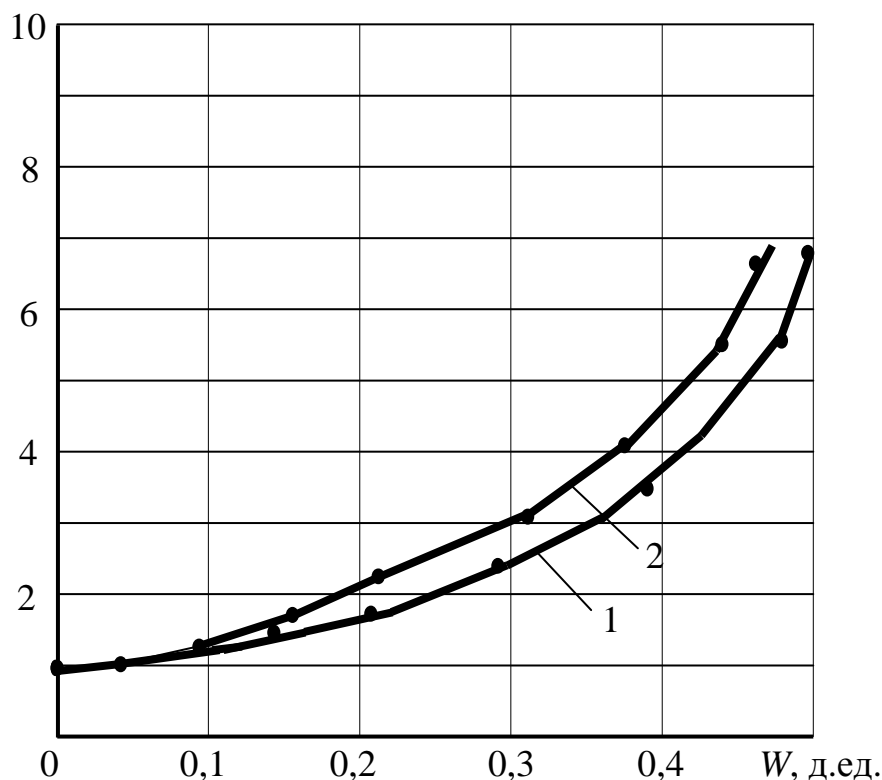


Рис. 1. Зависимости динамического коэффициента вязкости  $\mu_{ст}$  от объёмной концентрации твёрдой фазы  $W$ :

- 1 – для классов крупности  $-0,04+0$  мм,  $-0,072+0$  мм,  $-0,1+0$  мм;
- 2 – для смеси классов крупности  $-0,7+0,1$  мм (50 %) и  $-0,1+0$  мм (50 %)

Сила динамического сопротивления среды в стесненных условиях  $P_{\partial ст}$  для частицы шарообразной формы

$$P_{\partial ст} = \frac{\pi}{16} \vartheta_{ст}^2 d^2 \Delta_{сп} \cdot \quad (10)$$

По аналогии со свободным движением частиц в среде для стеснённых условий из равновесия сил в установившемся режиме движения скорость стеснённого движения частиц  $\vartheta_{ст}$  определится следующим образом [2, 6]:

$$\vartheta_{ст} = \frac{24}{d \cdot \Delta_{сп}} \left( \sqrt{\mu_{ст}^2 + \frac{d^3 \Delta_{сп} (\rho - \Delta_{сп}) g}{216}} - \mu_{ст} \right), \quad (11)$$

С использованием полученных уравнений исследованы конечные скорости стеснённого движения частиц кварца ( $\rho = 2650 \text{ кг/м}^3$ ), галенита ( $\rho = 7650 \text{ кг/м}^3$ ) и золота ( $\rho = 17000 \text{ кг/м}^3$ ) в широком диапазоне условий стеснённости. Условия стеснённости заданы значениями плотности твёрдой фазы  $\rho_t$  и массовой доли твёрдой фазы пульпы  $\beta_t$ . Гранулометрическая характеристика твёрдой фазы задана десятью классами крупности. Варианты гранулометрической характеристики приведены в табл. 1.

Таблица 1

## Гранулометрическая характеристика твердой фазы пульпы

Номер класса	Средний диаметр, мм	Объёмная доля класса $W_i$			
		1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	0,01	0,1	0	0,2	0,25
2	0,02	0,1	0	0,2	0,25
3	0,04	0,1	0,1	0,2	0,25
4	0,06	0,1	0,1	0,2	0,25
5	0,10	0,1	0,1	0,1	0
6	0,30	0,1	0,1	0,1	0
7	0,50	0,1	0,1	0	0
8	0,70	0,1	0,1	0	0
9	1,00	0,1	0,2	0	0
10	1,50	0,1	0,2	0	0

Для 1 варианта гранулометрической характеристики исследовано влияние  $\rho_T$  и  $\beta_T$  на конечные скорости стесненного движения частиц. Значения  $\rho_T$  изменялись в пределах от 1000 кг/м<sup>3</sup> до 15000 кг/м<sup>3</sup>, значения  $\beta_T$  изменялось в пределах от 0 до 0,9. Соответственно изменению  $\rho_T$  и  $\beta_T$  объёмная концентрация твердой фазы  $W$  изменялась от 0 до 0,75. Результаты расчётов конечных скоростей стесненного движения частиц кварца, галенита и золота приведены в табл. 2, 3, 4.

Таблица 2

Результаты расчёта конечных скоростей движения частиц кварца диаметром  $d$  для различных условий стеснённости

Условия стесненности			Конечная скорость движения, м/с		
$\rho_T$ , кг/м <sup>3</sup>	$\beta_T$	$W$	$d=2,0$ мм	$d=0,5$ мм	$d=0,1$ мм
1000	0	0	0,2821	0,1066	0,0058
3000	0,1	0,036	0,2654	0,0895	0,0058
3000	0,3	0,125	0,2363	0,0747	0,0044
3000	0,6	0,333	0,1716	0,0391	0,0020
3000	0,9	0,750	0,0544	0,0082	0,0004
6000	0,1	0,018	0,2666	0,0907	0,0061
6000	0,3	0,067	0,2397	0,0800	0,0052
6000	0,6	0,200	0,1763	0,0516	0,0032
6000	0,9	0,600	0,0120	0,0064	0,0006
10000	0,1	0,011	0,2675	0,0911	0,0062
10000	0,3	0,041	0,2418	0,0817	0,0058
10000	0,6	0,130	0,1788	0,0565	0,0040
10000	0,9	0,474	< 0	0,0008	0,0008
15000	0,1	0,007	0,2676	0,09148	0,0063
15000	0,3	0,028	0,2422	0,08299	0,0058
15000	0,6	0,091	0,1778	0,0598	0,0046
15000	0,9	0,375	< 0	< 0	0,0012

Таблица 3

Результаты расчёта конечных скоростей движения частиц галенита диаметром  $d$  для различных условий стеснённости

Условия стеснённости			Конечная скорость движения, м/с		
$\rho_T$ , кг/м <sup>3</sup>	$\beta_T$	$W$	$d=2,0$ мм	$d=0,5$ мм	$d=0,1$ мм
1000	0	0	0,5780	0,2508	0,0339
3000	0,1	0,036	0,5530	0,2259	0,0231
3000	0,3	0,125	0,5071	0,1998	0,0178
3000	0,6	0,333	0,4007	0,1317	0,0081
3000	0,9	0,750	0,2640	0,0390	0,0019
6000	0,1	0,018	0,5516	0,2285	0,0241
6000	0,3	0,067	0,5015	0,2099	0,0208
6000	0,6	0,200	0,4015	0,1622	0,0128
6000	0,9	0,600	0,2248	0,0530	0,0264
10000	0,1	0,011	0,5532	0,2294	0,0244
10000	0,3	0,041	0,5055	0,2134	0,0223
10000	0,6	0,130	0,4048	0,1732	0,0164
10000	0,9	0,474	0,2097	0,0664	0,0039
15000	0,1	0,007	0,5548	0,2300	0,0246
15000	0,3	0,028	0,5093	0,2154	0,0231
15000	0,6	0,091	0,4108	0,1787	0,0189
15000	0,9	0,375	0,2007	0,0963	0,0055

Таблица 4

Результаты расчёта конечных скоростей движения частиц золота диаметром  $d$  для различных условий стеснённости

Условия стеснённости			Конечная скорость движения, м/с		
$\rho_T$ , кг/м <sup>3</sup>	$\beta_T$	$W$	$d=2,0$ мм	$d=0,5$ мм	$d=0,1$ мм
1000	0	0	0,9030	0,4120	0,0753
3000	0,1	0,036	0,8678	0,3803	0,0532
3000	0,3	0,125	0,8006	0,3419	0,0410
3000	0,6	0,333	0,6755	0,2487	0,0189
3000	0,9	0,750	0,4802	0,0944	0,0044
6000	0,1	0,018	0,8636	0,3828	0,0553
6000	0,3	0,067	0,7858	0,3518	0,0485
6000	0,6	0,200	0,6389	0,2806	0,0310
6000	0,9	0,600	0,4081	0,1222	0,0068
10000	0,1	0,011	0,8637	0,3845	0,0562
10000	0,3	0,041	0,7844	0,3572	0,0518
10000	0,6	0,130	0,6289	0,2944	0,0390
10000	0,9	0,474	0,3706	0,1456	0,0102
15000	0,1	0,007	0,8651	0,3856	0,0567
15000	0,3	0,028	0,7878	0,3606	0,0535
15000	0,6	0,091	0,6207	0,3020	0,0440
15000	0,9	0,375	0,3528	0,1609	0,0144

При увеличении стеснённости скорости движения частиц снижаются. Для частиц кварца достигаются условия, при которых  $v_{cm} < 0$ . Так, для

частиц диаметром 2,0 мм эти условия достигаются при  $\rho_T = 10000 \text{ кг/м}^3$  и  $\beta_T = 0,9$ , а для частиц диаметром 0,5 мм – при  $\rho_T = 15000 \text{ кг/м}^3$  и  $\beta_T = 0,9$ . В данных условиях частицы не тонут, а всплывают, как в тяжелой суспензии.

Для частиц галенита и золота выполнены расчёты коэффициентов равнопадаемости по отношению к частицам кварца диаметром 2 мм в стеснённых условиях. Результаты расчетов, приведенные в табл. 5, свидетельствуют, что с увеличением стесненности движения в пульпе, сформированной менее плотными минералами ( $\rho_T = 3000 \text{ кг/м}^3$ ), коэффициенты равнопадаемости снижаются, а в пульпе, сформированной более плотными минералами, коэффициенты равнопадаемости возрастают.

Таблица 5

Результаты расчёта коэффициентов равнопадаемости для частиц галенита и золота по отношению к частицам кварца диаметром 2 мм в стеснённых условиях

Условия стесненности			Коэффициенты равнопадаемости	
$\rho_T, \text{ кг/м}^3$	$\beta_T$	$W$	для галенита	для золота
1000	0	0	3,28	6,25
3000	0,1	0,036	3,28	6,25
3000	0,3	0,125	3,28	6,06
3000	0,6	0,333	3,17	5,56
3000	0,9	0,750	3,08	5,40
6000	0,1	0,018	3,28	6,25
6000	0,3	0,067	3,39	6,45
6000	0,6	0,200	3,64	6,67
6000	0,9	0,600	8,89	15,40
6000	0,905	0,614	13,30	22,15
10000	0,1	0,011	3,28	6,35
10000	0,6	0,130	3,85	7,40
10000	0,8	0,285	5,13	9,09
10000	0,86	0,381	9,75	16,40
15000	0,1	0,007	3,31	6,35
15000	0,6	0,091	4,08	7,70
15000	0,8	0,211	6,25	11,11
15000	0,84	0,259	12,90	21,5

Далее исследовано влияние гранулометрической характеристики твёрдой фазы пульпы на конечные скорости стеснённого движения частиц. Гранулометрическая характеристика изменялась путём перераспределения твёрдой фазы между классами крупности.

При переходе от равномерного распределения частиц по классам крупности (вариант 1) к варианту без тонких классов крупности (вариант 2) коэффициенты равнопадаемости для галенита и золота снижаются, а при переходе к вариантам без крупных частиц (варианты 3 и 4) коэффициенты равнопадаемости возрастают тем больше, чем больше удалено крупных классов крупности.

В целом, предложенный математический аппарат расчёта скоростей стеснённого движения частиц позволяет прогнозировать возможности

гравитационного разделения частиц в широком диапазоне крупности и условий стесненности движения.

### Литература

1. Шохин В. Н., Лопатин А.Г. Гравитационные методы обогащения // Учеб. для ВУЗов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра. – 1993. – 350 с.
2. Меринов Н. Ф. Гравитационные методы обогащения полезных ископаемых: Конспект лекций – Екатеринбург: Изд-во УГГУ. – 2005. – 205 с.
3. Кизевальтер Б. В. Теоретические основы гравитационных процессов обогащения. – М.: Недра. – 1979. – 295 с.
4. Лященко П. В. Гравитационные методы обогащения. – М.: Изд-во нефтяной и горно-топливной литературы. – 1940. – 359 с.
5. Фоменко Т. Г. Гравитационные процессы обогащения полезных ископаемых // Учебное пособие для вузов. – М.: Недра. – 1966. – 332 с.
6. Морозов Ю. П. Теоретическое обоснование и разработка новых методов и аппаратов извлечения тонкодисперсных благородных металлов из руд и техногенного сырья. Дисс.... докт. техн. наук. – Екатеринбург. – 2001. – 397 с.